|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Цифровёнок | Содержание кадра | Учитель |
|  | | | |
| 0 |  | *Всё почти дословно из видеоурока до задачи про 3 ладьи на доске 3×3* |  |
| 10 |  |  | Сегодня мы поговорим о **комбинаторике**. |
| 20 | Ой! Я такое слово даже выговорить не смогу. |  |  |
| 30 |  |  | Не бойся! Этот важный раздел математики назван от слова «комбинировать». И изучает он, как правило, разные комбинации элементов конечных множеств. |
| 40 | А можно какой-нибудь пример задачи из комбинаторики? |  |  |
|  |  | *Стулья вокруг стола. Два разных варианта.*  Слайд 1 | Конечно. Например, сколькими способами можно расставить 6 разных стульев вокруг круглого стола?  Или, сколько слов можно составить из заданного набора букв? |
| 50 | Интересные вопросы. И как же отвечать на такие вопросы? |  |  |
|  |  |  | Об этом мы сегодня и поговорим. |
| 60 | Интересно! |  |  |
| 70 |  |  | Прежде чем начать решать комбинаторные задачи остановимся на некоторых основных моментах.  Сначала надо чётко уяснить, что такое ***способ*** или ***вариант***, о которых говориться в задаче. |
| 75 |  | *Два мальчика и две конфеты.*  Слайд 2 | Приведём такой пример.  Сколькими способами можно разделить 2 конфеты между двумя мальчиками Вовой и Димой?  Если ты не уточнишь, что значит разделить, справедливым или не обязательно должно быть это разделение, а также не выяснишь одинаковые у нас конфеты или разные то ответы могут быть самыми различными. |
| 80 | Конечно, справедливым! И конфеты должны быть одинаковыми, иначе, справедливо разделить не получится. |  |  |
|  |  | *У мальчиков по одной одинаковой конфете*  Слайд 3 | Если конфеты одинаковые, а деление должно быть справедливым, то способ всего один – каждый мальчик должен получить по одной конфете. |
| 90 | В этом случае задача не интересна. |  |  |
| 100 |  | *Два мальчика и две неодинаковые конфеты.*  Слайд 4 | Конечно. А если конфеты неодинаковые? Например, например, одна карамелька и одна ириска. |
| 110 | Тогда надо кого-то обидеть. |  |  |
| 120 |  | *Два варианта*  Слайд 5 | Да, карамельку можно отдать Диме, а ириску Вове А можно и наоборот, то есть, получаем два способа. |
|  |  | *Обе конфету у одного мальчика. Второй недоволен.*  Слайд 6 | А вот если деление вообще не подразумевает какой-либо справедливости, то способов ещё больше – можно обе конфеты отдать Вове или обе конфеты отдать Диме. По крайней мере, уже есть четыре способа. |
| 130 | Понятно |  |  |
| 134 |  |  | В комбинаторике есть несколько правил, которые надо твёрдо усвоить. Одним из них является ***Правило произведения*** |
| 137 | И в чём же оно состоит? | ***Правило произведения***  Слайд 7 |  |
|  |  | ***Правило произведения***  Если вариант состоит из независимых частей, и известно количество способов выполнить каждую из частей, то общее число вариантов равно произведению этих количеств.  Слайд 8 | Если вариант состоит из независимых частей, и известно количество способов выполнить каждую из частей, то общее число вариантов равно произведению этих количеств. |
|  | Пока не совсем понятно |  |  |
| 140 |  |  | Рассмотрим такой пример |
| 144 |  | Слайд 9 | Вариант обеда – это набор из первого, второго и третьего блюда. В столовой висит меню, где указано, что предлагается 3 первых блюда: борщ, уха и куриный суп, 2 вторых блюда: каша и пельмени, и 4 третьих – чай, компот, сок и молоко.  Варианты независимы, т.е. выбор того или иного блюда не зависит от того, что мы уже выбрали.  Сколько всего вариантов обеда? |
| 147 | 3 умножить на 2 и умножить на 4? |  |  |
|  |  |  | Да. 3 на 2 на 4 – всего 24 способа. |
| 150 |  | Слайд 10 | Попробую это объяснить.  Поставим на листочке точку. От неё будем проводить стрелки, соответствующие выбору, сначала первого блюда, потом второго, затем третьего блюда.  На картинке проведены три возможности первого шага. Пройдя от начальной точки по одной стрелке, мы как бы делаем выбор первой части обеда. |
| 154 |  | Слайд 11 | Теперь проведём возможные вторые шаги. Продолжим первые стрелки, добавив вторые – соответствующие возможным выборам второй части обеда.  От каждого конца трёх стрелок будет проведено ещё по две, т.е. новых концов стрелок будет 3 умножить на 2, т.е. 6. Это означает, что выбрать две части обеда можно шестью способами. |
| 157 |  |  | Совершенно аналогично, из каждой новой точки можно провести по 4 стрелки, соответствующих выбору третьей части обеда. Сколько же всего новых концов отрезков мы получим? |
| 160 | Шестью четыре – двадцать четыре. |  |  |
| 170 |  |  | Теперь мы строго объяснили решение нашей задачи. Конструкцию из нарисованных нами отрезков называют деревом вариантов. Ясно, что во всех аналогичных задачах можно строить такие же деревья вариантов. |
| 180 | Теперь я всегда буду строить дерево вариантов. |  |  |
| 190 |  | Варианты на каждом шаге должны быть независимы.  Слайд 12 | Как раз этого теперь делать и не надо. Ведь у нас появилось правило умножения!  Только надо твёрдо помнить, что варианты на каждом шаге должны быть независимы.  Если это не так, то применение правила умножения приводит к ошибке. |
| 200 |  |  | Рассмотрим такой пример. Пусть надо решить предыдущую задачу с маленьким дополнительным условием. А, именно. Нельзя пить молоко, если перед этим ты поел рыбу. |
| 210 | Я как-то запил молоком жареную щуку. Потом у меня были проблемы. |  |  |
| 220 |  |  | Так вот. Сколько теперь существует вариантов обеда? |
| 230 | Ясно, что меньше, т.к. в случае ухи молоко запрещается. |  |  |
| 240 |  | Слайд 11 | Да, в дереве вариантов некоторые отрезки проводить уже нельзя. Так, из двух вариантов из шести (они в середине картинки) мы можем провести не по 4 отрезка, а только по 3.  Значит, всего вариантов будет не 24, а на два меньше, т.е. 22. |
| 250 | Понятно. А, какое второе правило? |  |  |
| 280 |  | ***Правило суммы***  Слайд 13 | Второе важное правило комбинаторики называется ***Правило суммы***. |
| 290 |  |  | Простой пример.  Сколько всего слов в словаре русского языка? |
| 300 | Я бы просто пересчитал. Правда, долго бы пришлось считать, и ошибиться легко. |  |  |
| 310 |  | Слайд 14 | Я тебя не буду заставлять считать. Я хочу обратить внимание, что считать можно так: сначала пересчитать слова, начинающиеся на букву А. Их не так много, по сравнению со всем словарём, поэтому это можно сделать и записать результат. Затем – на букву Б, на букву В, и так далее, а потом все получившиеся результаты сложить. В этом и состоит правило суммы. |
| 320 | Так это и ребёнку понятно. Я всегда так делаю. |  |  |
| 330 |  | ***Правило суммы***  Если все варианты можно разделить на несколько непересекающихся частей, то общее число вариантов равно сумме количеств вариантов в каждой части  Слайд 15 | Если все варианты можно разделить на несколько непересекающихся частей, т.е., то общее число вариантов равно сумме количеств вариантов в каждой части.  Обрати внимание на слово непересекающихся. Оно означает, что нет вариантов, входящих одновременно в разные части |
| 340 |  |  | Само правило понятно, но иногда, применяя правило суммы легко ошибиться.  Давай рассмотрим такой пример: сколькими способами на доску размером три на три можно поставить три ладьи так, чтобы все поля были биты? |
|  | Можно перебрать |  |  |
|  |  |  |  |
| 350 |  |  | Не торопись. Перебирать пришлось бы долго, да и ошибиться при этом легко. |
| 360 |  |  | Подойдём к этой задаче математически. Все поля будут биты если выполняется хотя бы одно из двух условий:  Первое: на каждой горизонтали  стоит по ладье, и Второе: на каждой вертикали стоит по ладье.  Действительно, если на какой-то горизонтали нет ладьи и на какой-то вертикали нет ладьи, то клетка, находящаяся на их пересечении, не побита ни по горизонтали, ни по вертикали, и значит, нарушены условия задачи.  Сколькими способами можно поставить по одной ладье на каждую горизонталь –нетрудно подсчитать |
| 370 | Я могу это сделать. Для этого можно применить правило произведения.  На первую горизонталь – 3 способа, на вторую – тоже 3, и на третью – 3. Значит, всего 3×3×3=27. |  |  |
| 380 |  |  | Правильно. А сколькими способами можно поставить 3 ладьи на каждую вертикаль? |
| 390 | Тоже 27. |  |  |
| 400 |  |  | А сколько всего? |
| 410 | 27+27=54 |  |  |
| 420 |  |  | А какой ответ на нашу задачу? |
| 430 | 54? … Что-то мне подсказывает, что это не так… |  |  |
| 440 |  |  | Ты прав. Если мы просто сложим эти варианты, то некоторые из них подсчитаем два раза. Например, вариант с тремя ладьями, стоящими по диагонали. В этом варианте ладьи стоят по одной и в каждой горизонтали, и в каждой вертикали.  Поэтому, правило суммы здесь не применимо. А что надо сделать, чтобы получить правильный ответ? |
| 450 | Надо вычесть те варианты, которые мы подсчитали дважды. |  |  |
| 460 |  |  | Да, и этих вариантов всего 6. Это можно подсчитать так. На первой вертикали ладья может стоять на одной из трёх клеток. На второй – на одной из двух (на любой горизонтали, кроме той, что занята первой ладьёй. А на третьей для ладьи осталась всего одна клетка.  3 умножить на 2 равно 6.  Окончательный ответ: 54-6=48. |
|  |  |  |  |
| 490 |  |  | А теперь, если ты ещё не устал, порешаем задачи. |
| 500 | Давай скорее решать. Я совсем не устал |  |  |
| 510 |  | *Сколько существует четырёхзначных чисел?*  Слайд 16 | Задача 1. Сколько существует четырёхзначных чисел? |
| 520 | Это простая задача. Я могу их пересчитать: 1000 – раз, 1001 – два… |  |  |
| 530 |  |  | Долго тебе придётся считать. Лучше сделать так. |
| 540 |  | Схема из 4 квадратиков   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |   Слайд 17 | Представим четырёхзначное число в воде схемы. На первое место в качестве первой цифры можно поставить любую цифру, кроме нуля. Сколько вариантов? |
| 550 | 9 | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** |  |  |  |   Слайд 18 |  |
| 560 |  |  | А на второе и остальные места? |
| 570 | По 10 | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** | ***10*** | ***10*** | ***10*** |   Слайд 19 |  |
| 580 |  |  | По правилу умножения всего вариантов: 9·10·10·10=9000 |
| 590 |  |  | Задача 2. Сколько существует четырехзначных чисел, у которых нет двух одинаковых цифр? |
| 600 | Давай, я сам попробую решить. Рисуем схему, как в предыдущей задаче. На первое место – 9 вариантов. А, на следующее – постой, чтобы знать, какие цифры можно ставить на следующие места, надо знать, какие цифры мы поставили сначала. | Схема из 4 квадратиков   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |   Слайд 17  *Появляется цифра 9.*   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** |  |  |  |   Слайд 18 |  |
| 610 |  | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** |  |  |  |   Слайд 18  *Последовательно появляются цифры 9, 8, 7*   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** | ***9*** | ***8*** | ***7*** |   Слайд 20 | Ты правильно это заметил. Чтобы применить правило произведения, нужна **не**зависимость вариантов. В нашем случае зависимость есть, но **количество** вариантов не зависит, от того, какие цифры поставлены вначале.  На второе место можно поставить любую цифру, кроме той, что поставлена на первое место. На третье – любую, кроме двух, стоящих ранее, и на четвёртое – любую из семи оставшихся. |
| 620 | Сейчас я перемножу эти числа. Уж, калькулятором-то я научился пользоваться. | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***9*** | ***9*** | ***8*** | ***7*** |   Слайд 20 |  |
| 630 |  |  | Не спеши, иногда в комбинаторике ответ лучше записать, не доводя до окончательного результата. Так даже лучше. Сразу видно, как ты решал задачу. |
| 640 | Клёво! |  |  |
| 650 |  |  | Задача 3. Сколькими способами на шахматную доску можно поставить 8 ладей так, чтобы никакие ладьи не били друг друга? |
| 660 |  | *Игральный кубик*  Слайд 21 | Задача 5. игральный кубик бросают 5 раз, и после каждого броска записывают результат. Сколько пятизначных чисел при этом можно получить? |
| 670 | Это простая задача. Рисуем схему, соответствующую пяти бросаниям, и в каждую клетку пишем число 6. Ответ: 6 на 6 на 6 на 6 на 6. Можно не считать. Ты меня научил. | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |   Слайд 17  *Появляются цифры.*   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ***6*** | ***6*** | ***6*** | ***6*** | ***6*** |   6 × 6 × 6 × 6 × 6  Слайд 22 |  |
| 680 |  | 6 × 6 × 6 × 6 × 6 = 65  Слайд 23 | А в таких случаях, чтобы не писать длинный ряд умножений, принято применять степени. Ответ: шесть в пятой степени. |
| 690 | Такое сокращение мне тоже нравится. |  |  |
| 700 |  | ***ШШШШ***  ***ШБШШ***  ***БШШШ***  ***…..***  Слайд 24 | Рассмотрим еще один пример, где тоже используются степени.  Вовочка сидит на трибуне стадиона и следит за игрой Шинник – Барселона. Известно что в этой игре было забита не более 4 голов. После каждого гола Вовочка записывает на бумажке либо букву Ш если забил Шинник и букву Б, если забила Барселона. В результате после игры у него оказалось записано слово из букв Ш и Б. Ну, например, ШШШШ – это значит, что Шинник забил 4 гола. Спрашивается, сколько различных слов может получить Вовочка? |
| 710 | Давая я решу.  Применяем правило суммы.  Разбиваем все возможности на следующие: когда в игре забита четыре гола, когда забито 3 гола, когда 2, когда один гол и, когда не забито вообще.  Каждой буквой может быть Ш или Б – два варианта, по правилу произведения, в первом случае, ответ: 2 x 2 x 2 x 2 = 24. Во втором - 23 В третьем - 22. В четвётром - 21. И в последнем, самом неинтересном, всего один вариант – нулевая ничья. | 24+23+22+21+1  Слайд 25 |  |
| 720 |  | Слайд 26  24+23+22+21+20 | Всё правильно. Я только отмечу, что 1 – это тоже степень двойки – нулевая. |